



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا  
ریاضی مهندسی

تمرین‌های سری نهم

۱. قسمت‌های حقیقی، موهومی، قدر مطلق و شناسه  $f(z) = e^{\sin z}$  را مشخص کنید.
۲. نشان دهید تابع  $u(r, \theta) = r^{\frac{3}{2}} \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) - 2\theta + 3 \ln r$  همساز است و مزدوج همساز آن را به دست آورید.
۳. مشتق تابع تحلیلی  $f(z) = u(x, y) + i e^{y^2 - 2x^2 y} \sin(x^3 - 3xy^2)$  را به دست آورید.
۴. تابع  $f$  را با دامنه  $\mathbb{C}$  طوری به دست آورید تا روی دایره  $x^2 + y^2 = 1$  مشتق‌پذیر و در سایر نقاط مشتق‌پذیر نباشد.
۵. ثابت کنید ترکیب یک تابع همساز و یک تابع تحلیلی یک تابع همساز است.
۶. همه ریشه‌های معادلات  $e^{z^2} = 1$  و  $e^z = -2$  را به دست آورید.
۷. ثابت کنید تابع  $f(z) = \sin \bar{z}$  تحلیلی نیست.
۸. فرض کنید  $u$  و  $v$  توابعی همساز هستند. ثابت کنید تابع

$$g = (u_y - v_x) + i(u_x + v_y)$$

تحلیلی است.