



تمرین‌های سری دوم

به نام خدا

ریاضی مهندسی

دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

۱. جواب عمومی مسئله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_{tt} + u_{xxxx} - u_{xtt} + \kappa u = e^x t, & -1 \leq x \leq 1, t \geq 0 \\ u(-1, t) = u(1, t) + t, & u_x(-1, t) = u_x(1, t) - t, \\ u_{xx}(-1, t) = u_{xx}(1, t) + 1, & u_{xxx}(-1, t) = u_{xxx}(1, t). \end{cases}$$

۲. مطلوبست حل مسئله زیر

$$\begin{cases} u_t = k u_{xx} - h u, & -\pi \leq x \leq \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, \\ u(-\pi, t) = u(\pi, t), & u_x(-\pi, t) = u_x(\pi, t) \end{cases}$$

به طوری که h و k اعدادی ثابت هستند.

۳. تابع $f(x) = x$ را روی $[1, e]$ بر حسب توابع خاص مسئله اشترم-لیوویل زیر بسط دهید.

$$\begin{cases} x^\lambda y'' + xy' + \lambda y = 0, \\ y(1) = y(e) = 0. \end{cases}$$

۴. تابع $f(x) = x^2$ را روی $[0, \pi]$ بر حسب توابع خاص مسئله اشترم-لیوویل زیر بسط دهید.

$$\begin{cases} y'' + 2y' + \lambda y = 0, \\ y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0. \end{cases}$$