

## تمرین سری یازدهم

## تمرین ۱

حجم جسم تولید شده از دوران ناحیه محدود به محورهای مختصات و منحنی  $x^{2/3} + y^{2/3} = 4$  در ربع اول را حول هر یک از محورهای مختصات بدست آورید. (هر دو حجم یکی هستند. چرا؟)

## تمرین ۲

قاعده یک جسم سه بعدی یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین با ساق‌ها به اندازه ۱۲ سانتی متر است. سطح مقطع عمود بر یک از این ساق‌ها نیمی از یک دیسک دایره‌ای است. حجم این جسم سه بعدی را بیابید.

## تمرین ۳

طول هر منحنی در ناحیه‌ی داده شده را محاسبه کنید.

آ)  $y = \ln x$  از  $x = 1$  تا  $x = e$ .

ب)  $y = x^2$  از  $x = 0$  تا  $x = 2$ .

## تمرین ۴

مساحت سطح حاصل از دوران هر منحنی در ناحیه داده شده را محاسبه کنید.

آ)  $y = \sin x$ ،  $0 \leq x \leq \pi$ ، حول محور  $x$ .

ب)  $y = \frac{x^2}{12} + \frac{1}{x}$ ،  $1 \leq x \leq 4$ ، حول محور  $y$ .

## تمرین ۵

مرکزوار یا گرانیگا (centroid) هر یک از اشکال هندسی را محاسبه کنید.

تمرین سری یازدهم

(آ)  $0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq r^2$

(ب)  $0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \cos x$

تمرین ۶

با استفاده از آزمون انتگرال، همگرایی یا واگرایی سری  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^p}$  را برای  $p$  های مختلف مشخص کنید.

تمرین ۷

برای هر کدام از سری های توانی زیر، مرکز، شعاع و بازه همگرایی را بدست آورید.

(آ)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 2^n} x^n$

(ب)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-1)^n}{n^n}$

(ج)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^2} (4-x)^n$

تمرین ۸

مجموع سری های عددی زیر را محاسبه کنید.

(آ)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{\pi^n}$

(ب)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n(n+1)}{2^n}$

تمرین ۹

بازه همگرایی و مقدار سری های زیر را محاسبه کنید.

(آ)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)(n+3)x^n$

(ب)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n+1}$

تمرین ۱۰

با محاسبات دقیق در هر قسمت نشان دهید تابع در نقطه داده شده تحلیلی است.

تمرین سری یازدهم

آ)  $f(x) = \frac{1}{x}$  در هر نقطه‌ی  $a \neq 0$ .

ب)  $f(x) = \ln x$  در هر نقطه‌ی  $a > 0$ .

**تمرین ۱۱**

مجموع سری‌های زیر را محاسبه کنید.

آ)  $x^3 - \frac{x^9}{3! \times 4} + \frac{x^{15}}{5! \times 16} - \frac{x^{21}}{7! \times 64} + \frac{x^{27}}{9! \times 256} - \dots$

ب)  $1 + \frac{1}{2 \times 2!} + \frac{1}{4 \times 3!} + \frac{1}{8 \times 4!} + \dots$