

تمرین سری دهم

تمرین ۱

مقدار میانگین توابع زیر را در بازه‌ی داده شده محاسبه کنید.

آ) $f(x) = 2^x$ ، در بازه‌ی $[0, 1/\ln 2]$.

ب) $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ ، در بازه‌ی $[0, 3]$.

تمرین ۲

حاصل انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

آ) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

ب) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{4+x^2}$

ج) $\int_{\frac{1}{4}}^9 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

د) $\int_{-2}^2 (x^2 + 3)^2 dx$

ه) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \sin x} dx$

و) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \cos x} dx$

ز) $\int_{\pi/4}^{\pi} \sin^5 x dx$

ح) $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x dx$

تمرین ۳

مساحت ناحیه‌ی محصور در زیر منحنی $y = \sqrt{x}$ و بالای خط $y = x/2$ را محاسبه کنید.

تمرین ۴

مشتقات خواسته شده در قسمت‌های زیر را محاسبه کنید.

(آ) $\frac{d}{d\theta} \int_{\sin \theta}^{\cos \theta} \frac{1}{1-x^2} dx$

(ب) $\frac{d}{dx} \left(x^2 \int_0^{x^2} \frac{\sin u}{u} du \right)$

(ج) $F(t) = \int_0^t \cos(x^2) dx$ که در آن $\frac{d}{dx} F(\sqrt{x})$

تمرین ۵

معادله انتگرالی زیر را حل کنید:

$$f(x) = \pi \left(1 + \int_1^x f(t) dt \right)$$

تمرین ۶

حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

(آ) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$

(ب) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^5 + \left(1 + \frac{2}{n}\right)^5 + \dots + \left(1 + \frac{n}{n}\right)^5 \right)$

تمرین ۷

برای اعداد صحیح m و n نشان دهید:

(آ) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx = 0$ اگر $m \neq n$.

(ب) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx = 0$ اگر $m \neq n$.

(ج) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nx dx = 0$.

تمرین ۸

حاصل انتگرال‌های نامعین زیر را بدست آورید:

تمرین سری دهم

$$\int (\sin^{-1} x)^2 dx \quad \text{آ}$$

$$\int x (\tan^{-1} x)^2 dx \quad \text{ب}$$

$$\int x e^x \cos x dx \quad \text{ج}$$

تمرین ۹

یک فرمول بازگشتی برای $I_n = \int \sin^n x dx$ ، $n \geq 2$ ، بدست آورید. سپس با استفاده از آن، حاصل I_6 و I_7 را محاسبه کنید.