

تمرین سری اول

تمرین ۱

در تمرینات زیر معادله یا نامعادله داده شده را حل و شکل هندسی مجموعه جواب را تعیین کنید:

$$(آ) \quad \frac{6-x}{4} \geq \frac{2x-1}{3}$$

$$(ب) \quad x^2 < 9$$

$$(ج) \quad \frac{1-x}{3} \geq 1 + \frac{x-1}{2}$$

$$(د) \quad \frac{x}{3} \geq 1 + \frac{4}{x}$$

$$(ه) \quad |1-x| = 1$$

$$(و) \quad \left| \frac{x}{3} - 1 \right| \leq 1$$

$$(ز) \quad \left| 3 - \frac{x}{3} \right| \leq \frac{1}{3}$$

تمرین ۲

نشان دهید برای اعداد حقیقی a و b داریم: $|a-b| \geq ||a| - |b||$

تمرین ۳

شکل هندسی تعریف شده توسط ناحیه $x+y > 1$ و $x^2 + y^2 - 4x + 2y > 4$ را تعیین کنید. (آن را رسم کنید.)

تمرین ۴

اگر نمودار منحنی $y = (x-1)^2 - 1$ را به اندازه یک واحد به پائین و به اندازه یک واحد به سمت راست حرکت دهیم، معادله منحنی بدست آمده را بنویسید.

تمرین سری اول

تمرین ۵

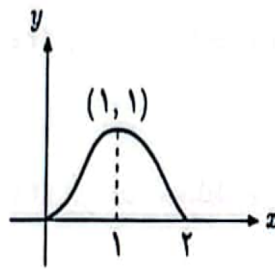
اگر f تابعی به قلمرو $[0, 2]$ و برد $[0, 1]$ باشد که شکل آن در زیر نمایش داده شده است، نمودار توابع (الف) تا (د) و قلمرو و برد آن‌ها را مشخص کنید:

آ $-f(x)$

ب $f(-x)$

ج $f(4-x)$

د $1 - f(1-x)$



تمرین ۶

ثابت کنید $\sqrt{2}$ اصم (گنگ) است.

تمرین ۷

ثابت کنید بین هر دو عدد حقیقی یک عدد گویا و یک عدد اصم وجود دارد.

تمرین ۸

ثابت کنید هر عدد حقیقی حد یک دنباله از اعداد گویا و یک دنباله از اعداد اصم است.

تمرین ۹

اگر $0 < a < b$ ، ثابت کنید $a < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < b$

تمرین ۱۰

اگر $0 < a < b$ و h عددی باشد که $\frac{1}{h} = \frac{1}{4}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ ، ثابت کنید $a < h < b$.

تمرین سری اول

تمرین ۱۱

اگر $0 < a < b$ ، ثابت کنید $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$.

تمرین ۱۲

اگر z نقطه‌ای در صفحه مختلط باشد، شکل هندسی نواحی زیر را تعیین کنید:

آ) $\arg z = \frac{\pi}{4}$

ب) $\pi \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{4}$

ج) $|z - 3 + 4i| \leq 5$

تمرین ۱۳

ثابت کنید $\overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{w}}$.

تمرین ۱۴

ریشه‌های سوم $-8i$ را تعیین کنید.

تمرین ۱۵

اگر z و w اعداد مختلط باشند، آیا همواره داریم: $\sqrt{zw} = \sqrt{z}\sqrt{w}$.

تمرین ۱۶

جواب‌های مختلط معادلات زیر را بدست آورید:

آ) $z^4 + 1 - i\sqrt{3} = 0$

ب) $z^5 + a^5 = 0$ (a عدد حقیقی مثبت)

تمرین ۱۷

نشان دهید مجموع ریشه‌های n ام عدد یک برابر صفر است.

تمرین ۱۸

ثابت کنید:

تمرین سری اول

$$\cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{2\pi}{n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{n} = -1 \quad (\text{آ})$$

$$\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} = 0 \quad (\text{ب})$$

تمرین ۱۹

شکل هندسی مجموعه مقادیر $z \in \mathbb{C}$ که در رابطه $\left| \frac{z-3}{z+3} \right| \leq 2$ صدق می‌کند را مشخص کنید.

تمرین ۲۰

برای $m = 2, 3, \dots$ ثابت کنید:

$$\sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{2\pi}{m} \sin \frac{3\pi}{m} \dots \sin \frac{(m-1)\pi}{m} = \frac{m}{2^{m-1}}.$$

تمرین ۲۱

اگر اعداد مختلط z_1, z_2 و z_3 رئوس یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشند، ثابت کنید:

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1.$$

اگر مثلث متساوی‌الاضلاع نباشند، آیا رابطه برقرار است؟