



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین سری هشتم- پاییز ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱. قسمت حقیقی و موهومی هر یک از اعداد مختلط زیر را بیابید.

الف) $\frac{1}{3z+2}$

ب) $\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^6$

۲. قدر مطلق و مزدوج هر یک از اعداد مختلط زیر را بیابید.

الف) $(1+i)^6$

ب) $\frac{3-i}{\sqrt{2+3i}}$

۳. عدد مختلط $\frac{(1-i)^8}{(\sqrt{3+i})^5}$ را به شکل قطبی نمایش دهید و مقدار اصلی آوند آن را بیابید.

۴. معادله $z^2 - (4, 0)z + (5, 0) = 0$ را حل کنید.

۵. مکان هندسی نقاطی را که در نامعادلات زیر صدق می‌کنند، مشخص کنید.

الف) $\operatorname{Re} \frac{1}{z} > 1$

ب) $\operatorname{Im} z^2 \leq 2$

۶. مکان هندسی نقاطی از صفحه را که در معادله $\frac{|z-2i|}{|z-4|} = 5$ صدق می‌کنند، به دست بیاورید.

۷. تابع پیوسته f با دامنه تعریف \mathbb{C} را طوری تعیین کنید که روی هذلولی $x^2 - y^2 = 1$ مشتق‌پذیر باشد، اما در سایر نقاط \mathbb{C} مشتق‌پذیر نباشد.

۸. ثابت کنید تابع f با ضابطه $f(z) = \sqrt[n]{re^{i\theta}}$ روی

$$\{(r, \theta) \mid r > 0, 0 < \theta < \pi\}$$

تحلیلی است ($n \in \mathbb{N}$).

۹. ثابت کنید تابع u با ضابطه

$$u(x, y) = -2 - x^3 + 3xy^2 + \sinh x \sin y$$

همساز است و مزدوج‌های همساز آن را بیابید.

۱۰. مشتق تابع تحلیلی f با ضابطه

$$f(z) = x^2 - y^2 + \frac{x}{x^2 + y^2} + iv(x, y)$$

را به دست بیاورید.

۱۱. معادله $\sin z = 5$ را حل کنید.