



۱. تابع f را با ضابطه $f(x) = \sinh x$ را در نظر بگیرید.

الف) سری فوریه توسعه متناوب تابع f روی $[-\pi, \pi]$ را به دست آورید.

ب) سری فوریه توسعه متناوب زوج تابع f روی $[0, \pi]$ را به دست آورید.

۲. فرض کنید f تابعی است که روی \mathbb{R} با ضابطه زیر تعریف شده است:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{اگر } |x| > 1 \end{cases}$$

الف) انتگرال فوریه تابع f را به دست آورید.

ب) با استفاده از قسمت قبل، حاصل انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x \cos ax}{x} dx \quad (a \in \mathbb{R})$$

۳. مطلوبست حل مسئله زیر

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 2u_x + u + 1, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x \\ u_x(0, t) = \sin t, \quad u(1, t) + u_x(1, t) = 2 \end{cases}$$

۴. مطلوبست حل مسئله زیر

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - u_x + u + x^2 e^{-t-|x|}, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = x^2 e^{-|x|} \\ u(\pm\infty, t) = u_x(\pm\infty, t) = 0 \end{cases}$$

۵. مطلوبست حل مسئله با شرایط کنشی زیر

$$\begin{cases} u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} + u_x + 2u_y = x + y, \\ u(x, 0) = x, \quad u_y(x, 0) = x + 2 \end{cases} \quad \text{شرایط کنشی}$$