



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا  
ریاضی مهندسی

تمرین سری ششم- پاییز ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱. در هر مورد، ناحیه‌ای را که در آن معادله از نوع هذلولوی، سهموی و یا بیضوی است، معین کنید.

$$\text{الف) } u_{xx} + y^2 u_{yy} + u_y + xu = y^2$$

$$\text{ب) } u_{xx} - y u_{xy} + y u_{yy} + u = x \sin y$$

۲. نوع معادله دیفرانسیل پاره‌ای زیر را مشخص کرده و آن را به صورت شکل کانونیک نوع اول بنویسید. سپس، جواب عمومی شکل کانونیک به دست آمده را بیابید.

$$u_{xx} + 10 u_{xy} + 9 u_{yy} + u_x + u_y = 64(y - 5x)$$

۳. به کمک روش دالامبر، جواب صریح مسئله (هذلولوی) موج یک بعدی همراه با شرایط اولیه زیر را بیابید، به طوری که در آن  $c > 0$  سرعت انتشار موج، تابع  $f$  دو بار مشتق پذیر و تابع  $g$  یک بار مشتق پذیر است.

$$\begin{cases} u_{tt} - c^2 u_{xx} = 2x, & -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x), & u_t(x, 0) = g(x) \end{cases}$$

۴. جواب مسئله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} x u_{xx} - x^3 u_{yy} - u_x = 2y + x^2 \\ \text{به ازای } 2 \leq y \leq 4 \text{ روی } y - \frac{x^2}{4} = 0 \\ \text{به ازای } 2 \leq y \leq 4 \text{ روی } y + \frac{x^2}{4} = 4 \end{cases}$$