

## سری نهم تمرینات

## تمرین ۱

مساله مقدار اولیه زیر را حل کنید و رفتار جواب را وقتی  $t \rightarrow \infty$  تشریح کنید.

$$X' = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

## تمرین ۲

برای دستگاه زیر ابتدا جواب عمومی به دست آورید. سپس مدارهای آن را حول مبدا رسم کنید و جداگانه هر کدام از مولفه‌ها را نسبت به  $t$  نیز رسم کنید.

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} X,$$

## تمرین ۳

دستگاه  $X' = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -\alpha & -2 \end{bmatrix} X$  را در نظر بگیرید.

(آ) مقادیر ویژه را بصورت پارامتری به دست آورید.

(ب) مقدار بحرانی  $\alpha$  را بیابید که رفتار کیفی صفحه فاز جواب تغییر می‌کند.

(ج) به ازای یک مقدار نسبتاً بزرگتر از نقطه بحرانی جواب را در صفحه فاز رسم کنید. همچنین این کار را برای مقدار نسبتاً کوچکتر از مقدار بحرانی نیز انجام دهید.

## تمرین ۴

### سری نهم تمرینات

جواب عمومی دستگاه زیر را بر حسب تابع‌های حقیقی مقدار بیان کنید.

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} X$$

### تمرین ۵

آ) ماتریس اساسی  $\Phi(t)$  را برای دستگاه زیر بیابید که در شرط  $\Phi(0) = I$  صدق کند.

$$X' = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} X$$

ب) مساله مقدار اولیه

$$X' = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} X, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

را با استفاده از ماتریس اساسی حل کنید.

### تمرین ۶

برای دستگاه  $X' = AX$  جواب‌های مستقل خطی بیابید و سپس ماتریس اساسی آن را بنویسید. در آخر با شکل ماتریس  $T$  که ستون‌های آن بردار ویژه ماتریس ضرائب است (بردار ویژه معمولی یا تعمیم یافته) و به دست آوردن ماتریس  $J = T^{-1}AT$  فرم ژردان آن را حساب کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{آ)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 \\ 8 & -5 & -4 \\ -4 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{ب)}$$