

سری سیزدهم تمرینات

تمرین ۱

شعاع همگرایی هر کدام از سری‌های زیر را به دست آورید.

$$(A) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$(B) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-x_0)^n}{n^2}$$

تمرین ۲

بسط تیلور تابع $\ln(x+1)$ را حول نقطه $x=0$ به دست آورید و شعاع همگرایی آن را تعیین کنید.

تمرین ۳

جواب هر یک از معادلات دیفرانسیل زیر را با استفاده از روش سری‌های توانی به دست آورید. به دست آوردن رابطه بازگشتی و چهار جمله ابتدایی کافیهست. پس از آن مستقل خطی بودن دو جواب به دست آمده را با استفاده از رونسکین نشان دهید.

$$(A) (1-x)y'' + y = 0, \quad x_0 = 0$$

$$(B) y'' - xy' - y = 0, \quad x_0 = 1$$

تمرین ۴

معادله دیفرانسیل چبیشف عبارت است از

$$(1-x^2)y'' - xy' + \alpha^2 y = 0$$

که در آن α ثابت است.

(A) به ازای $|x| < 1$ ، دو جواب بر حسب توان‌های x را تعیین کنید و ثابت کنید که مجموعه‌ای اساسی از جواب‌ها را تشکیل می‌دهند.

سری سیزدهم تمرینات

ب) ثابت کنید اگر α عدد صحیح نامنفی‌ای مانند n باشد، جوابی چندجمله‌ای از درجه n موجود است.

تمرین ۵

سه جمله اول ناصفر از جواب سری توانی معادله دیفرانسیل زیر را حول نقطه $x = 0$ بیابید. در مورد شعاع همگرایی هر جواب چه انتظاری دارید؟

$$(\cos x)y'' + xy' - 2y = 0$$