به نام آفریدگار یکتا

سری سوم تمرین‌ها

درس ریاضی‌عمومی ۲

مهرماه ۱۴۰۰

پرسش ۱ فرض کنید $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ نگاشت خطی داده شده با ماتریس $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$ باشد. با محاسبه مستقیم نشان دهید برای هر $x \in \mathbb{R}^3$ تساوی $\left\langle T(x) | T(y) \right\rangle = \left\langle x | y \right\rangle$ برقرار است که در آن منظور از نماد $\left\langle \alpha | \beta \right\rangle$ همان ضرب داخلی استاندارد دو بردار α, β در $\mathbb{R}^3$ است.

پرسش ۲ نگاشت خطی $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$ توسط ماتریس سطری $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ داده شده است. بردار $w \in \mathbb{R}^4$ را به قسمی بیابید که برای هر $v \in \mathbb{R}^4$ داشته باشیم $T(v) = v.w$.

پرسش ۳ فرض کنید A ماتریسی $m \times n$ باشد که $n < m$. همچنین فرض کنید B نیز ماتریسی $n \times m$ باشد. بنابراین BA ماتریسی $m \times m$ است. فرض کنید $T : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ تبدیل خطی داده شده توسط ماتریس BA باشد. نشان دهید تبدیل T نمی‌تواند یک به یک باشد. بنابراین T نمی‌تواند وارون پذیر باشد و نتیجه بگیرید که $det(BA) = 0$.

پرسش ۴ با یافتن یک پاره خط عمود مشترک میان زیر فضای برداری $V_1 \subseteq \mathbb{R}^3$ و صفحه تعمیم یافته $V_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ که بصورت زیر تعریف شده‌اند:

$$V_1 = \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\rangle \quad , \quad V_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} + V_1$$

کوتاهترین فاصله میان V_1 و V_2 را بیابید.