

با یاد او

سری ششم تمرین های ریاضی عمومی یک

مسئله ۱. تمرین شماره ۲۸ مسائل بخش ۱ فصل ۳ کتاب آدامز: مطلوبست محاسبه $(f^{-1})'(x)$ برای $f(x) = 1 + 2x^3$.

مسئله ۲. تمرین شماره ۳۰ مسائل بخش ۱ فصل ۳ کتاب آدامز: مطلوبست محاسبه $(f^{-1})'(-2)$ برای $f(x) = x\sqrt{3+x^2}$.

مسئله ۳. مطلوبست ساده کردن $\log_{\frac{1}{3}} 3^{2x}$.

مسئله ۴. تمرین شماره ۳۰ مسائل بخش ۲ فصل ۳ کتاب آدامز: مطلوبست حل معادله $10 = 2 \log_3(x-2) + \log_4 x$.

مسئله ۵. تمرینات شماره ۳۱ تا ۳۴ مسائل بخش ۲ فصل ۳ کتاب آدامز: مطلوبست محاسبه حدود زیر:

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \log_x 2$$

$$\text{ا) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_x 2$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \log_x 2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_x \frac{1}{2}$$

مسئله ۶. فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ مشتق پذیر و $f'(x) \neq 1$ برای هر $x \in \mathbb{R}$. نشان دهید f حداکثر یک نقطه ثابت دارد. نشان دهید $f(x) = x + \frac{1}{1+e^x}$ در شرط اخیر صدق می کند ولی نقطه ثابت ندارد. (راهنمایی: از قضیه مقدار میانگین استفاده کنید.)

مسئله ۷. نشان دهید توابع $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ و $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}$ روی $(0, \infty)$ به ترتیب صعودی اکید و نزولی اکید هستند. همچنین نشان دهید:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e.$$

سپس نتیجه بگیرید:

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1} < e < \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, \quad \forall x > 0.$$