با یاد او

سری ششم تمرینات ریاضی مهندسی

مسائل با شرایط مرزی و یا شرایط اولیه مرزی زیر را حل کنید.

۱. $\Delta u = r\theta, \qquad 1 \le r \le e, 0 \le \theta \le \pi$

$u|_{r=1} = 0, \quad u|_{r=e} = 0, \quad u|_{\theta=0} = 0, \quad u_\theta|_{\theta=\pi} = 0$

۲. $u_t = 4\Delta u + xyt, \qquad 0 \le x,y \le 1, t \ge 0$

$u(x,y,0) = ye^x,$

$u(0,y,t) = u_x(1,y,t) = u_y(x,0,t) = u_y(x,1,t) = 0$

۳. $u_{tt} = u_{xx} + 4u_{yy} + xe^{y+t}, \qquad 0 \le x \le \pi, -\pi \le y \le \pi, t \ge 0$

$u(x,y,0) = xye^x, \quad u_t(x,y,0) = y,$

$u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0, \quad u|_{y=-\pi} = u|_{y=\pi}, \quad u_y|_{y=-\pi} = u_y|_{y=\pi}$

۴. $u_{tt} = 4\Delta u + xyzt, \qquad 0 \le x,y,z \le 1, t \ge 0$

$u|_{t=0} = xye^z, \quad u_t|_{t=0} = 0, \quad u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0,$

$u|_{y=0} = u_y|_{y=1} = 0, \quad u_z|_{z=0} = u_z|_{z=1} = 0$

۵. $u_{tt} + u_{xxxx} - u_{yy} = xye^t, \qquad 0 \le x,y \le 1, t \ge 0$

$u|_{t=0} = xy, \quad u_t|_{t=0} = e^{x+y},$

$u|_{x=0} = u_x|_{x=1} = u_{xx}|_{x=0} = u_{xxx}|_{x=1} = u_y|_{y=0} = u|_{y=1} = 0$

مسائل زیر را با استفاده از تبدیلات فوریه متناهی حل کنید.

۱. $u_{tt} = 4u_{xx} + 3e^{t+x}, \qquad 0 \le x \le \pi, t \ge 0$

$u(x,0) = e^x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u_x(0,t) = t, \quad u_x(\pi,t) = 1$

۲. $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = xyz, \qquad 0 \le x,y,z \le 1$

$u(0,y,z) = yz, \quad u_x(1,y,z) = 0,$

$u_y(x,0,z) = xz, \quad u(x,1,z) = 0,$

$u(x,y,0) = xy, \quad u(x,y,1) = 0$

۳. $u_t = u_{xx} + u_{xxt} - u_{xxyy} + xyt, \qquad \circ \le x, y \le ۱, t \ge \circ$

$u(x, y, \circ) = xy^۲,$

$u\big|_{x=\circ} = yt, \quad u\big|_{x=۱} = \circ, \quad u_y\big|_{y=\circ} = xt, \quad u_y\big|_{y=۱} = \circ$

۴. $u_{tt} = u_{xx} + u_{ttxx} - u + t\delta(x - \frac{\pi}{۴}), \qquad \circ < x < \pi, t > \circ$

$u(x, \circ) = x, \quad u_t(x, \circ) = ۱, \quad u(\circ, t) = t, \quad u_x(\pi, t) = ۱.$

۵. $u_t = u_{xx} + u_{yy} - u_{xxyy} - ۲u + xyt, \qquad \circ < x, y < \pi, t > \circ$

$u(x, y, \circ) = y\delta(x - \frac{\pi}{۳}), \quad u_t(x, y, \circ) = x\delta(x - \frac{\pi}{۴}),$

$u_x(\circ, y, t) = y\delta(t - ۱), \quad u(\pi, y, t) = yt,$

$u_y(x, \circ, t) = t\delta(x - \frac{\pi}{۲}), \quad u(x, \pi, t) = t^۲\delta(x - \frac{\pi}{۵}).$
