

تمرین سری چهارم

مدرس: دکتر مقدسی، دکتر جمالی، دکتر مستفید

تمرین ۱

هر یک از معادلات دیفرانسیل زیر را با روش مناسبی حل کنید و در صورت شرط اولیه جوابی بیابید که در آن شرط صدق کند.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y}{x} \quad (ا)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + y}{x^2 + y^2 - x}, \quad y(0) = 0 \quad (ب)$$

$$x \frac{dy}{dx} + xy = 1 - y, \quad y(1) = 0 \quad (ج)$$

$$(x^2 y + xy - y)dx + (x^2 y - 2x^2)dy = 0 \quad (د)$$

$$\frac{dy}{dx} = 1 + 2x + y^2 + 2xy^2 \quad (ه)$$

$$xy' = y + xe^{\frac{y}{x}} \quad (و)$$

$$u = x^2 \text{ قرار دهید} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x}{x^2 y + y^2} \quad (ز)$$

$$xy' + y - y^2 e^{2x} = 0, \quad y(1) = 2 \quad (ح)$$

تمرین ۲

(ا) در معادله دیفرانسیل $y' = 1 + t^2 - 2ty + y^2$ ابتدا یک جواب $y_1(t)$ را حدس زده و سپس جواب عمومی تر را بصورت $y_2(t) = y_1(t) + \frac{1}{v(t)}$ به دست آورید که $v(t)$ از جای گذاری $y_2(t)$ در معادله به دست می آید. چنین معادله ای را ریکاتی^۱ می نامیم و فرم کلی آن بصورت زیر است.

$$y' = g(t) + p(t)y + q(t)y^2$$

^۱Riccati equation

تمرین سری چهارم

ب) معادله $y' = \frac{-1}{t^2} + \frac{-y}{t} + y^2$ را با استفاده از روش قسمت قبل حل کنید.

تمرین ۳

معادلات زیر را با استفاده از تغییر متغیر مناسب حل کنید. (به شکل کلی معادله و تفاوت‌های آن‌ها دقت کنید).

$$y'' + t(y')^2 = 0 \quad (\text{آ})$$

$$y'' + y(y')^2 = 0 \quad (\text{ب})$$

$$y^2 y'' + y^2 (y')^2 = 1 \quad (\text{ج})$$