



سوال ۱ بسط لوران توابع مختلط زیر را حول نقطه و در ناحیه داده شده پیدا کنید.

(آ)

$$f(z) = \frac{\cos z}{z^4}$$

حول نقطه $z = 0$ و در ناحیه $1 < |z| < 2$.

(ب)

$$f(z) = \frac{e^{-\frac{1}{z^2}}}{z^2}$$

حول نقطه $z = 0$ و در ناحیه $1 < |z| < 2$.

(ج)

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - z^3}$$

حول نقطه $z = 0$ و در ناحیه $1 < |z| < 2$.

(د)

$$f(z) = \frac{e^z}{z^2 - z^3}$$

حول نقطه $z = 0$ و در ناحیه $1 < |z| < 2$.

(ه)

$$f(z) = \frac{1}{z^3(z-i)^2}$$

حول نقطه $z = i$ و در ناحیه $1 < |z| < 2$.

سوال ۲ تکینگی های هرکدام از توابع مختلط داده شده را بیابید و اگر تکینگی یافت شده قطب است مرتبه آن را بیابید.

(آ)

$$f(z) = e^{1-z}$$

(ب)

$$f(z) = \tan z$$

(ج)

$$f(z) = \frac{1}{1 - e^z}$$

سوال ۳ هرکدام از انتگرال های زیر را با استفاده از حساب مانده ها محاسبه کنید.

(آ)

$$\oint_C \frac{e^z}{\cos z} dz$$

که در آن C دایره $|z - \frac{\pi i}{4}| = 4.5$ است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(ب)

$$\oint_C e^{\frac{1}{z}} dz$$

که در آن C دایره واحد $|z| = 1$ است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(ج)

$$\oint_C \frac{e^{-z^2}}{\sin 4z} dz$$

که در آن C دایره $|z| = 1.5$ است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(د)

$$\oint_C \frac{z \cosh \pi z}{z^4 + 13z^2 + 36} dz$$

که در آن C دایره $|z| = \pi$ است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

سوال ۴ هریک از انتگرال های زیر را با استفاده از حساب مانده ها محاسبه کنید.

(آ)

$$\int_0^\pi \frac{2d\theta}{2 - \cos \theta}$$

(ب)

$$\int_0^{2\pi} \frac{1 + \sin \theta}{3 + \cos \theta} d\theta$$

(c)

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin^{\nu} \theta}{\omega - \nu \cos \theta} d\theta$$

(d)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\lambda - x^{\nu}} dx$$

(e)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^{\nu} x}{x^{\nu} + \omega x^{\nu} + \nu} dx$$

(f)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^{\nu}}{x^{\nu} + \nu} dx$$

(g)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^{\nu} + \nu}{x^{\nu} + \nu} dx$$