



به نام خدا

سری سوم حل تمرین

درس ریاضی عمومی ۱ گروه ۱-۴

پاییز ۹۹

سوال ۱ مشتق توابع زیر را با استفاده از تعریف مشتق حساب کنید:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{1+x}} \quad (\text{الف}) \\ & \frac{3}{4}\sqrt{2-x} \quad (\text{ب}) \end{aligned}$$

سوال ۲ تابع $f(x) = x \operatorname{sgn}(x)$ در $x = 0$ چطور تعریف کنیم که پیوسته باشد؟ آیا در این نقطه مشتق پذیر است؟ تابع

$$f(x) = x^2 \operatorname{sgn}(x) \quad \text{چطور؟}$$

سوال ۳ معادله خطی که از نقطه $(1, -3)$ می گذرند و بر تابع $y = x^2$ مماس است را بیابید.

سوال ۴ توسط استقرای ریاضی برای هر عدد صحیح n ثابت کنید $\frac{d}{dx} x^{\frac{n}{3}} = \frac{n}{3} x^{\frac{n}{3}-1}$.

سوال ۵ فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع مشتق پذیر باشد که برای هر $x \in \mathbb{R}$ یا $f(x) = 0$ یا $f'(x) = 0$ یا هر دو برابر صفر

هستند. ثابت کنید تابع f یک تابع ثابت است.

سوال ۶ ثابت کنید تابع $f(x): [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ در نقاط گویا ناپیوسته و در نقاط گنگ پیوسته است. همچنین نشان دهید در هیچ

نقطه ای مشتق پذیر نیست. فرض کنید $f(0) = f(1) = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} & x = \frac{p}{q}, p, q > 0, (p, q) = 1 \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$