



به نام خدا

سری نهم حل تمرین

درس ریاضی عمومی ۱ گروه ۶

پاییز ۹۹

سوال ۱ فرض کنید $\sum a_n, \sum b_n$ دو سری با جملات مثبت باشند. اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \infty$ و سری $\sum b_n$ واگرا باشد، نشان دهید سری $\sum a_n$ نیز واگراست. از این نکته استفاده کنید و نشان دهید سری $\sum \frac{1}{\ln n}$ واگراست.

سوال ۲ اگر دنباله ای با جملات مثبت باشد که داشته باشیم $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n \neq 0$. نشان دهید $\sum a_n$ واگراست. اگر $\sum a_n$ یک سری همگرا با جملات مثبت باشد، آیا $\sum \sin a_n$ نیز همگراست؟

سوال ۳ نشان دهید سری $\sum \frac{\sin[(n + \frac{1}{4})\pi]}{1 + \sqrt{n}}$ همگرا و سری $\sum (-1)^n - \frac{1}{b_n}$ واگراست که در $b_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & n = 2k + 1 \\ \frac{1}{n^2} & n = 2k \end{cases}$

سری دوم چرا آزمون متناوب جواب نمیدهد؟

سوال ۴ فرض کنید $\sum a_n$ یک سری باشد. تعریف کنید: $a_n^+ = \frac{a_n + |a_n|}{2}$ و $a_n^- = \frac{a_n - |a_n|}{2}$. ثابت کنید:

الف) اگر $\sum a_n$ همگرای مطلق باشد آنگاه $\sum a_n^+, \sum a_n^-$ همگرا هستند.

ب) اگر $\sum a_n$ همگرای مشروط باشد آنگاه $\sum a_n^+, \sum a_n^-$ واگرا هستند.

سوال ۵ p چند باشد تا سری زیر همگرا شود؟

$$\sum \frac{1}{n(\ln n)^p}$$