



۱. (میانترم ۹۰)

الف) تحقیق کنید که $y_1(t) = 1 - t$ و $y_2(t) = \frac{-t^2}{4}$ هر دو جواب‌های مساله‌ی مقدار اولیه

$$y' = \frac{-t + (t^2 + 4y)^{\frac{1}{2}}}{4}, \quad y(2) = -1.$$

هستند. این جواب‌ها کجا اعتبار دارند؟

ب) توضیح دهید چرا وجود دو جواب برای مساله‌ی داده شده، یکتایی جواب در قضیه وجود و یگانگی را نقض نمی‌کند.

۲. معادله زیر را در نظر بگیرید (میانترم ۹۶)

$$x'(t) = x^\alpha(t), \quad x(0) = 0$$

الف) آیا برای $0 < \alpha < 1$ معادله بالا جواب یکتا دارد؟ چرا؟

ب) برای $\alpha \geq 1$ همه جواب‌های معادله را بدست آورید.

۳. معادله زیر را در نظر بگیرید. (میانترم ۹۵)

$$y'(t) = (y(t))^{\frac{4}{3}}, \quad y(0) = -1$$

همه جواب‌های آن را برای $t \geq 0$ بدست آورید.

۴. نشان دهید هر جواب معادله $\frac{dy}{dt} + ay = be^{-ct}$ که در آن a و c هر عدد حقیقی مثبت و b دلخواه، به صفر میل می‌کند وقتی که $t \rightarrow \infty$. (تمرین ۱۸ بخش ۲.۱ براون)

۵. برای معادله دیفرانسیل $\frac{dy}{dt} + a(t)y = f(t)$ با $a(t)$ و $f(t)$ پیوسته روی $(-\infty, \infty)$ ، $a(t) \geq c > 0$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ نشان دهید هر جواب معادله به صفر همگرا است وقتی که $t \rightarrow \infty$. (تمرین ۱۹ بخش ۲.۱ براون)