

۱. توابع هموار  $T, N, B : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  به گونه‌ای اند که برای هر  $t$ ،  $T(t), N(t), B(t)$  متعامد و یکه‌اند. نشان دهید اگر برای  $t$  داشته باشیم  $\dot{T}(t) \parallel N(t)$  آنگاه  $\dot{B}(t) \parallel N(t)$ .

۲. الف. بردار عمود و معادله صفحه مماس بر رویه  $x^2 + 3y^2 - z^2 + xy - 2yz = 1$  را در نقطه‌ای دلخواه از این رویه بدست آورید.

ب. نشان دهید نقاطی از رویه بالا که صفحه مماس در آن نقطه‌ها، از نقطه  $A = (a, b, c)$  می‌گذرند خود روی یک صفحه قرار دارند و معادله آن صفحه را بدست آورید. (این واقعیت برای همه رویه‌های درجه دو صادق است)

۳. فرض کنید  $x = e^t$ ،  $y = te^s$  و  $z = f(x, y)$ . مشتق‌های دوم  $z$  را نسبت به  $s$  و  $t$  برحسب مشتق‌های  $z$  نسبت به  $x$  و  $y$  محاسبه کنید.

۴. نقاط بحرانی، کیمنه موضعی و بیشینه موضعی تابع  $z = x^3 + y^3 - 3xy$  را در  $y > 0$  بیابید.

۵. بیشینه تابع  $f = x^2 + (y - b)^2 - cz^2$  را روی مجموعه زیر به کمک روش ضرایب لاگرانژ بیابید.

$$g_1 = x^2 + y^2 - 2xz = 0, \quad g_2 = x^2 + y^2 + 2x(z - 2) = 0.$$

توضیح: ۸ نمره از این سوال تنها برای نوشتن رابطه‌هایی که باید محاسبه شوند و توضیح کامل روش و نکات آن

است و ۲ نمره نیز برای محاسبات آن. برای محاسبه قرار دهید  $c = 5, 2b = \sqrt{5}$

۶. الف. انتگرال زیر را یک بار تنها به کمک قضیه فوبینی و بار دیگر با تغییر متغیر  $x = u, y = u^v$  محاسبه کنید. لازم است شکل ناحیه انتگرال‌گیری را نیز مشخص کنید.

$$\int_0^1 \int_{y^2}^{y^{2/3}} \frac{1}{y \ln x} dx dy$$

بارم همه سوال‌ها ۱۰ نمره است

موفق باشید