



میان‌ترم اول-۷ آبان ۱۳۹۴
مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

سؤال ۱. برای عدد طبیعی n ، همه اعداد مختلط مانند z را بیابید که $z^n = \bar{z}$.

سؤال ۲. نشان دهید که مقدار $\sqrt{64/1}$ تا دو رقم اعشار برابر با $4/00$ است.

سؤال ۳. تابع $f(x) :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ را با ضابطه

$$f(x) = \frac{1}{x} - \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$$

در نظر بگیرید که در آن $[t]$ بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی t است.

الف) نشان دهید تابع f در نقاط $x = \frac{1}{n}$ که n عددی طبیعی است، ناپیوسته است.

ب) در مورد وجود حد زیر بحث کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} - \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$$

سؤال ۴. دنباله a_n از اعداد حقیقی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} a_0 = 0, a_1 = 1, \\ a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2} \quad (n \geq 2). \end{cases}$$

الف) I_n را بازه‌ای در نظر بگیرید که دو سر آن a_n و a_{n+1} است. ثابت کنید $I_{n+1} \subseteq I_n$.

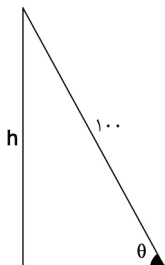
ب) ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ وجود دارد.

سؤال ۵. طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای 100 و h ، ضلع روبرو به زاویه θ ، عددی

طبیعی است. نشان دهید

$$\left| \theta - \frac{\pi}{4} \right| \geq 4 \times 10^{-3}.$$

توجه: $\sqrt{2} \approx 1.4142$.



(هر سؤال ۲۰ نمره دارد.)

موفق باشید.