

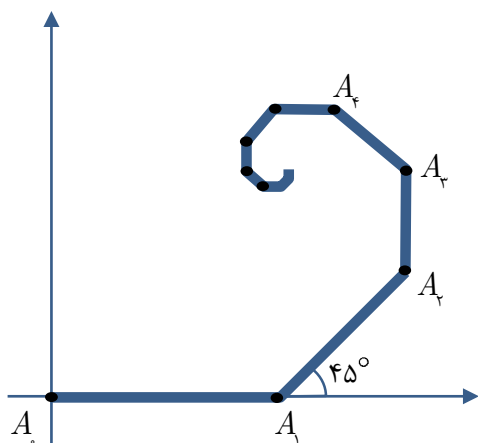
۱. الف. معنای بسط اعشاری $c_0.c_1c_2c_3\dots$ که c_0 عددی صحیح و بقیه c_i ها رقم‌هایی بین ۰ تا ۹ اند چیست؟
 ب. مقدار عبارت $[0.9999900\dots]$ برابر با چه عددی است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

۲. الف. بسط اعشار عدد π تا ۱۰ رقم برابر است با $\pi = 3.1415926535\dots$. نشان دهید

$$\sqrt{\pi} - \sqrt{3.1415926535} < \frac{1}{3 \times 10^{10}}$$

- ب. ثابت کنید اگر دنباله اعداد نامنفی a_1, a_2, a_3, \dots به عدد a همگرا باشد آنگاه دنباله $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \sqrt{a_3}, \dots$ به \sqrt{a} همگرا است.

۳. در شکل مقابل پاره‌خط‌های $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots$ طوری قرار گرفته اند که هر پاره‌خط با امتداد پاره‌خط قبلی زاویه 45° می‌سازد و طول آن $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر طول پاره‌خط قبلی است. هدف این مساله بررسی رفتار حدی نقاط A_n است.



- الف. اگر A_n ها را به عنوان نقاطی از صفحه اعداد مختلط در نظر بگیریم طوری که $A_1 = 1, A_2 = 0$ ، عدد مختلط $A_n - A_{n-1}$ چیست؟
 ب. برای هر n عدد $A_n - A_{n-1}$ را محاسبه کنید و از این طریق عبارتی برای A_n بدست آورید.

- پ. نشان دهید اگر z عددی مختلط باشد که $|z| < 1$ ، آنگاه دنباله z_1, z_2, z_3, \dots که $z_n = 1 + z + z^2 + \dots + z^n$ همگرا است و حد آن را حساب کنید.
 ت. حد دنباله A_1, A_2, A_3, \dots برابر با چه عدد مختلطی است؟