

به نام او، برای او  
پایان‌ترم ریاضی عمومی ۱  
۹۳/۱۰/۲۵  
وقت امتحان: ۳ ساعت

۱. انتگرال‌های نامعین زیر را حساب کنید.

$$\int \frac{2x}{1-x^2} dx. \quad (\text{الف})$$

$$\int e^x \sin x dx. \quad (\text{ب})$$

۲. تابع  $f$  با ضابطه زیر در چه نقطه‌ای از بازه  $[0, \frac{\pi}{4}]$  ماکسیمم می‌شود؟

$$f(x) = \int_{x/2}^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

۳. الف) ثابت کنید برای هر عدد حقیقی  $x$  داریم  $e^x > 1 + x$ .

ب) نشان دهید سری زیر همگراست:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

۴. الف) سری تیلور تابع  $\sin x$  را حول  $\frac{\pi}{4}$  حساب کنید.

ب) با استفاده از قضیه تقریب خطای چندجمله‌ای تیلور نشان دهید که این سری برای هر  $x$  حقیقی به تابع  $\sin x$  همگراست.

۵. حد زیر را حساب کنید:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\ln(n) - \ln(k)}{\sqrt{nk}}.$$

موفق باشید.