



۱. تابع $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$ را در نظر بگیرید:

الف- به کمک تقریب خطی تابع در نقطه $x = 1$ مقدار تقریبی $f(1/0.1)$ را به دست آورید. (۳ نمره)

ب- نشان دهید خطا در این تقریب کمتر از 5×10^{-5} است. (۴ نمره)

پ- مقدار تقریبی در قسمت (الف)، از مقدار واقعی $f(1/0.1)$ کمتر است یا بیشتر؟ چرا؟ (۳ نمره)

۲. نشان دهید از بین مثلثهای قائم الزاویه که طول وتر آن برابر مقدار ثابت $c > 0$ است، مثلث متساوی الساقین

بیشترین مساحت را دارد. (۱۰ نمره)

۳. الف- مقدار انتگرال معین زیر را محاسبه نمایید. (۵ نمره)

$$\int_1^2 \ln x \, dx$$

ب- به کمک قسمت (الف)، حد دنباله زیر را به دست آورید. (۵ نمره)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{(n+1)(n+2) \cdots (2n)}$$

۴. انتگرال نامعین زیر را محاسبه نمایید. (۱۰ نمره)

$$\int \frac{1}{(2 + \tan x) \tan x} \, dx$$

۵. برای تابع $J : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $J(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin t) \, dt$ نامساویهای زیر را اثبات کنید. (دقت

نمایید که همه نامساویها اکید هستند.)

الف- $0 < J\left(\frac{\pi}{2}\right) < 1$ (۴ نمره)

ب- $0 < J(\pi) < -1$ (۶ نمره)

موفق باشید.