

ریاضیات عمومی ۱

امتحان میان ترم سوم، ۱۳۸۸/۸/۲۸

وقت: یک ساعت

۱. برای $|h|$ کوچک، h برحسب رادیان، مبنای تقریب

$$\tan^{-1}(1+h) \approx \frac{\pi}{4} + \frac{h}{2}$$

را توضیح دهید. نشان دهید برای $h \geq 0$

$$-\frac{h^2}{4} \leq \tan^{-1}(1+h) - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{h}{2}\right) \leq 0$$

(۷ نمره)

۲. متحرکی روی دایره $x^2 + y^2 = R^2$ با سرعت زاویه‌ای ثابت ω رادیان بر ثانیه در جهت مثلثاتی گردش می‌کند. فاصله خط مستقیم متحرک از نقطه $(a, 0)$ ، $a > 0$ ثابت، در زمان t را به $D(t)$ نمایش می‌دهیم. $\frac{dD}{dt}$ را وقتی متحرک در نقطه $(0, R)$ است محاسبه کنید. نمودار تقریبی D برحسب t را وقتی $a > R$ رسم کنید و مشخصات اصلی آن را توضیح دهید. (۶ نمره)

۳. فرض کنید $f(x) = x^5 - x^3 - x$. نشان دهید برای $a, b \in [-1, 1]$ داریم:

$$|f(a) - f(b)| \leq 1/45 |a - b|$$

(۷ نمره)