

– فرض کنید دنباله a_n همگرا باشد، نشان دهید $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} - a_n = 0$.

– با ارائه مثالی نشان دهید اگر $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} - a_n = 0$ ، لزومی ندارد که دنباله a_n همگرا باشد.

– فرض کنید a_n دنباله‌ای از اعداد حقیقی باشد که

$$a_1 \leq a_3 \leq a_5 \leq \dots$$

$$a_2 \geq a_4 \geq a_6 \geq \dots$$

و به ازای هر m و n ، $a_{2m+1} \leq a_{2n}$. ثابت کنید اگر

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - a_{n+1}) = 0$$

دنباله‌های a_{2n} ، a_{2n+1} و a_n هر سه همگرا هستند و به حدی مشترک میل می‌کنند.

– فرض کنید a و x اعداد مثبتی بوده و تعریف کنید

$$x_n = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}} \right)$$

ثابت کنید دنباله x_n همگرا است و حد آن را بیابید.

– دنباله a_n به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{3}{2} \\ a_n = \sqrt{3a_{n-1} - 2} \quad \text{و} \quad n \geq 2 \end{cases}$$

ثابت کنید a_n همگرا است و حد آن را بیابید.