

که در آن $c_0, c_1, \dots, c_p$ اعدادی حقیقی اند و $c_p \neq 0$ ، ثابت کنید

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = +\infty.$$

ب) فرض کنید c_n دنباله‌ای از اعداد مختلط غیرصفر باشد. ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 0$ اگر و تنها اگر

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{|c_n|} = +\infty$$

پ) مفهوم $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ را تعریف کنید. اگر دنباله a_n همان دنباله قسمت (الف) باشد و

$$c_p < 0, \text{ ثابت کنید}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty.$$

– فرض کنید p و q اعدادی طبیعی باشند و

$$a_n = \frac{b_0 + b_1 n + \dots + b_p n^p}{c_0 + c_1 n + \dots + c_q n^q}$$

که در آن $b_0, b_1, \dots, b_p, c_0, c_1, \dots, c_q$ اعدادی حقیقی اند که $b_p \neq 0$ و $c_q \neq 0$.

الف) ثابت کنید اگر $p < q$ ، آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

ب) ثابت کنید اگر $p > q$ ، آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \pm\infty$ یا $-\infty$ یا $+\infty$ بر حسب اینکه b_p و c_q هم علامت

باشند یا خیر.

پ) ثابت کنید اگر $p = q$ ، آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{b_p}{c_q}$.

– فرض کنید c_n دنباله‌ای از اعداد مختلط باشد و $c_n = a_n + ib_n$. ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = c^*$ اگر و تنها اگر

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \operatorname{Re}(c^*) \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \operatorname{Im}(c^*).$$

– همگرایی و واگرایی دنباله‌های زیر را تحقیق کنید.

الف) $\left\{ \frac{2n^2}{n^2 + 1} \right\}$	ب) $\left\{ \frac{2n}{n^2 + 1} \right\}$
پ) $\left\{ 4 - \frac{(-1)^n}{n} \right\}$	ت) $\{(-1)^{n!}\}$
ث) $\left\{ \frac{1 - (-1)^n n}{n} \right\}$	ج) $\left\{ \frac{1 - (-1)^n n}{n^2} \right\}$
چ) $\left\{ \frac{(-i)^n + 1}{n} \right\}$	ح) $\left\{ \frac{1 + 2^n}{3^n} \right\}$
خ) $\{\sin n\}$	د) $\left\{ \sin \frac{1}{n} \right\}$
ذ) $\left\{ n \sin \frac{1}{n} \right\}$	ر) $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$
ن) $\{\sin^n n\}$	ش) $\left\{ \sin \frac{n}{2} \pi \right\}$