

تمرین ریاضی عمومی (۱) - سری اول

• ضمیمه ۱ کتاب آدامز صفحات ۱۰ و ۱۱:

۵۷، ۵۶، ۵۵، ۵۴، ۵۳، ۵۰، ۴۶، ۴۵، ۴۳، ۴۲، ۳۳، ۳۱، ۲۳، ۱۷، ۱۵، ۱۴

• تمرینات خارج از کتاب:

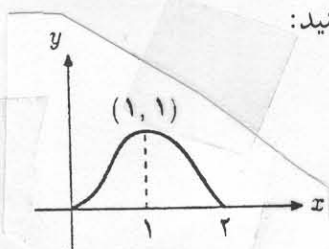
(۱) در تمرینات زیر معادله یا نامعادله داده شده را حل و شکل هندسی مجموعه جواب را تعیین کنید.

(الف) $\frac{x}{4} \geq 1 + \frac{4}{x}$ (ب) $|\frac{x}{4} - 1| \leq 1$ (ج) $|\frac{x}{4} - 3| < \frac{1}{4}$

(۲) نشان دهید برای اعداد حقیقی a و b داریم: $|a - b| \geq ||a| - |b||$

(۳) اگر نمودار منحنی $y = (x - 1)^2 - 1$ را به اندازه یک واحد به پایین و به اندازه یک واحد به سمت راست حرکت دهیم، معادله منحنی بدست آمده را بنویسید.

(۴) اگر f تابعی به قلمرو $[0, 2]$ و برد $[0, 1]$ باشد که شکل آن در زیر نشان داده شده است، نمودار توابع (الف) تا (د) و قلمرو و برد آنها را مشخص کنید:



(الف) $-f(x)$ (ب) $f(-x)$

(ج) $f(4-x)$ (د) $1 - f(1-x)$

(۵) ثابت کنید $\sqrt{2}$ اصم (گنگ) است.

(۶) ثابت کنید بین هر دو عدد حقیقی یک عدد گویا و یک عدد اصم وجود دارد.

(۷) ثابت کنید هر عدد حقیقی حد یک دنباله از اعداد گویا و یک دنباله از اعداد اصم است.

(۸) ثابت کنید اگر برای هر $\epsilon > 0$ داشته باشیم $0 < a - b < \epsilon$ ، آنگاه $a = b$.

۹) ثابت کنید برای هر عدد حقیقی a ، عدد صحیح n موجود است که $n \leq a < n+1$.

۱۰) اگر $0 < a < b$ و h عددی باشد که $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ثابت کنید $a < h < b$.

۱۱) شکل هندسی مجموعه‌ای از اعداد مختلط را مشخص کنید که در رابطه $2 \leq \left| \frac{z-2}{z+2} \right|$ صدق می‌کند.

۱۲) برای $m = 2, 3, \dots$ ثابت کنید:

$$\sin \frac{\pi}{m} \sin \frac{2\pi}{m} \sin \frac{3\pi}{m} \dots \sin \frac{(m-1)\pi}{m} = \frac{m}{2^{m-1}}$$

۱۳) اگر اعداد مختلط z_1, z_2, z_3 رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع باشند، ثابت کنید:

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1$$

اگر مثلث متساوی الاضلاع نباشد، آیا رابطه برقرار است؟