

سوال یک : اگر $z_1, \dots, z_n$ ریشه های $z^{17} - 1 = 0$ ، که خواهم داشت :
 $(z_1 - z_2) \dots (z_{16} - z_{17}) = z^{17} - 1 = 0$. بفرض صورت ظرف راست تساوی و
 تعاقب ضریب جمله درجه اول در طرف راست : $z_1 + \dots + z_{16} = 0$

برصفت دوم می دانیم که z^k و z^{16-k} ریشه های معادله هستند پس کافی است
 ثابت شود برای هر $m \neq n$ و $0 \leq m, n \leq 16$ داریم : $z^{mk} \neq z^{nk}$

این مطلب با ترقیه به این معادله $z^{17} = 1$ و $z = e^{2\pi i l / 17}$ ($1 \leq l \leq 16$) ، استفاده از اصول
 و موارد به راحتی قابل اثبات است .

سوال دوم : شرط لازم کافی برای وجود جواب این است که A و B برهم محور باشند یعنی $A \cdot B = 0$
 (دوم شرط بودن است و با قضیت گوشه شرط کافی است) ، ثابت کرد که اگر $A \cdot B = 0$ آنگاه
 $\frac{B \times A}{|A|^2} = 0$ (یک جواب است) . شکل کلی جواب معادله با ترقیه به این معادله
 جواب است به صورت $\frac{B \times A}{|A|^2} + tA$ که $t \in \mathbb{R}$ می باشد .

سوال سوم : بردار u را به $u_1, u_2, \dots, u_n$ تشکیل می دهیم زیرا وابسته خطی اند داریم :

$$\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \dots + \alpha_n u_n = 0 \quad \text{که در آن} \quad \alpha_1 = 2^{-n+1}, \alpha_2 = 2^{-n}, \dots, \alpha_n = 2^{-1}$$

سوال چهارم : چون P, Q درجه هشت و $\{a_1, a_2\}$ و $\{b_1, b_2\}$ را برای آنها در نظر
 می گیریم ، به راحتی ثابت می شود که بردار $\{a_1, a_2, b_1, b_2\}$ متعلق فعلی است پس
 باید برای $\mathbb{R}^4$ تشکیل می دهیم . آنگاه برای هر $x \in \mathbb{R}^4$ داریم :
 $x = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2$ که در آن $u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 \in P$ و $v = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 \in Q$

$$x = u + v$$

درصورت (ب) ابتدا باید ثابت کرد که برای $x = u + v$ منحصر بفراست ، ریشه
 ضابطه $f(x) = u$ تابع است . حال آنکه $x, y \in \mathbb{R}^4$ ، خواهم داشت :

$$x = u + v, \quad y = u' + v' \quad \text{پس} \quad x + y = (u + u') + (v + v')$$

که در آن $u + u' \in P$ و $v + v' \in Q$ ، پس : $T(x+y) = u + u'$

درنتیجه $T(x+y) = T(x) + T(y)$. بقیه موارد صحت به نیز همین ترتیب اثبات