

(۱) تابع f که روی اعداد حقیقی تعریف شده است و دارای مشتق پیوسته است مفروض است، فرض کنید داریم:

• f صعودی است • f متعرج به پایین است.

• $f(5) = 2$ • $f'(5) = \frac{1}{5}$

الف) یک نمودار مناسب برای f رسم کنید.

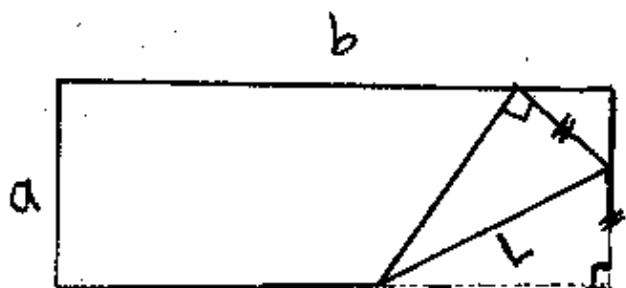
ب) f چند صفر دارد و محل آن کجاست؟ دلیل ادعای خود را بیان کنید.

ج) آیا امکان دارد که $f'(1) = \frac{1}{3}$ ؟ چرا؟

(۲) یک برگه کاغذ مستطیل شکل به عرض a و طول b مفروض

است، آن را چگونه تا بزنیم تا طول L (مطابق شکل) بهینیم

شود.



(۳) یک مخزن آب به حجم 1000 متر مکعب پر از آب است و در حالت اولیه در آن 100 گرم نمک حل شده

است. با نرخ 10 متر مکعب در دقیقه آب وارد این مخزن و با همین نرخ نیز آب از آن خارج می‌شود. اگر

در هر متر مکعب آب ورودی 2 گرم نمک موجود باشد و غلظت نمک در هر لحظه در مخزن یکنواخت فرض

شود. یک تابع $y = f(t)$ از مقدار نمک موجود در مخزن بر حسب زمان پیدا کنید.

(۴) فرض کنید a یک عدد حقیقی مثبت باشد. معادله

$$a^x = 1 + x$$

دارای جواب $x = 0$ برای تمام مقادیر a است. آیا جواب دیگری برای $x > 0$ وجود دارد؟ چرا؟ این مطلب

را برای مقادیر مختلف a مورد بحث قرار دهید.

(۵) الف) با استفاده از بسط تیلر مقدار تقریبی عدد e را طوری تعیین کنید که خطا حداکثر برابر 0.006 باشد.

ب) ثابت کنید e عددی اصم است.

(هر سوال ۴ نمره دارد)