

ب- بر طول قوس داریم

$$s = \int_1^{\pi/4} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} \cdot dt$$

$$= \int_1^{\pi/4} \frac{dt}{t} = \ln(\pi/4) \quad (10)$$

مسئله ۵ الف: $y = \sinh(x)$

$$x = \cosh(y) \Rightarrow$$

$$1 = \cosh(y) \cdot \frac{dy}{dx} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cosh(y)} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad (5)$$

ب- با روش فرمول جمله عمومی درجه اول

$$(1+x^2)^{-1/2} = 1 + \frac{-1/2}{1!} (x^2) +$$

$$\frac{(-1/2)(-3/2)}{2!} (x^4) + \dots +$$

$$(-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{n! 2^n} (x^{2n}) + \dots$$

$$|x| < 1$$

$$\sinh^{-1}(x) =$$

$$\int_0^x (1+t^2)^{-1/2} dt = x +$$

$$(-1) \frac{x^3}{1! \cdot 2 \cdot 3} + (-1)^2 \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2! \cdot 2 \cdot 4} + \dots$$

(5)

$$|x| < 1$$

ج- تقریب مورد نیاز به معنی است

اول است و چون سری متناوب است

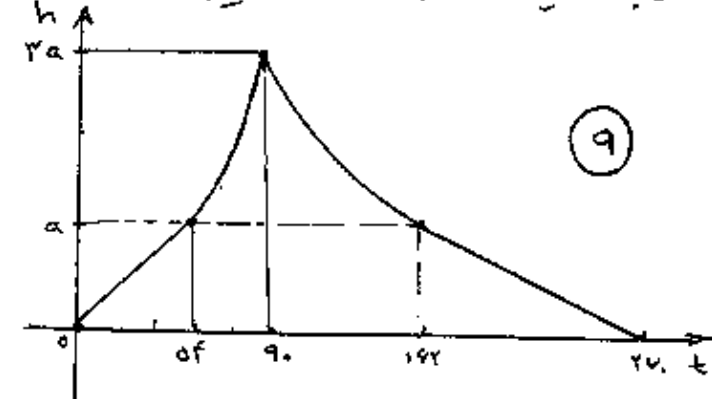
مقدار خطای کمتر از جمله بعدی است یعنی

$$|E| < \left| (-1)^2 \frac{1 \cdot 3 \cdot (1/4)^5}{2! \cdot 2 \cdot 4} \right|$$

$$= \frac{3}{4} \times 10^{-6} < 10^{-6} \quad (5)$$

است و $\frac{d^2y}{dt^2} < 0$ است و تقریب به سمت بالاست

از مجموع این مطالب نمودار زیر حاصل می شود:



(9)

مسئله ۳: $f'(x) = \frac{e^x}{x} > 0$

مسئله ۱۰: $f''(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$

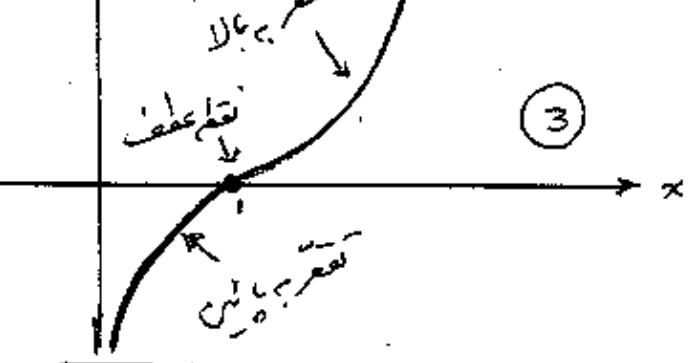
$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (با استفاده از کمانی)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (با استفاده از کمانی)

با توجه به محدودیت نمودار شکل منتهی به صورت زیر خواهد بود:



(3)

مسئله ۴: چون $\frac{dx}{dt} \neq 0$ داریم

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{\sin t/t}{\cos t/t} = \frac{\sin t}{\cos t}$$

از این نقطه که خط مماس نمودار می شود نقطه $t = \pi/4$

خواهد بود. (5)