

پس مدت زمان پُر شدن ظرف نصف مدت زمان خالی شدن است. اکنون حجم ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{کل}} = (\pi a^2) \cdot a + \frac{1}{3} \pi a^2 (2a) = \frac{5}{3} \pi a^3$$

$$\frac{5}{3} \pi a^3 = 4 \times 90^3$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{4 \times 90^3 \times 3}{5\pi}} \quad (3)$$

هم‌ضین داریم:

$$t_1 = \text{پیشانی پر شدن استوانه} = 90 \times \frac{3}{5} = 54^{\text{sec}}$$

$$t_2 = \text{پیشانی پر شدن مخروط} = 90 \times \frac{2}{5} = 36^{\text{sec}}$$

$$t_3 = \text{پیشانی خالی شدن مخروط} = 180 \times \frac{2}{5} = 72^{\text{sec}}$$

$$t_4 = \text{پیشانی خالی شدن استوانه} = 180 \times \frac{3}{5} = 108^{\text{sec}}$$

چون سطح مقطع استوانه ثابت است پس تابع $h(t)$ در فاصله $0 \leq t \leq 54$ و

$54 < t \leq 162$ خطی است و در بازه

زمان اول $\frac{dh}{dt} > 0$ (استوانه خالی پر شدن)

در بازه زمانی $162 < t \leq 108$ خواه بود $\frac{dh}{dt} < 0$

در فاصله $54 \leq t \leq 90$ ، $\frac{dh}{dt} > 0$

در هم‌ضین چون سطح مقطع کم می‌شود ، $\frac{dh}{dt}$

صعودی در نتیجه $\frac{d^2h}{dt^2} > 0$ و تقریباً صاف

خواهد بود. در فاصله زمانی $90 \leq t \leq 162$

$\frac{dh}{dt} < 0$ و سطح مقطع افزایش می‌یابد و سرعت کاهش ارتفاع کم می‌شود یعنی نیازیم

مسئله ۱: $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x - 0} = 15^{\text{نمره}}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot (-1) = 0$$

حد افراطی با رتبه $1 \leq \frac{1}{x} \leq 1$ و $-1 \leq -1$ و قضیه ساندویچی بدست می‌آید. (4)

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \cdot (2x - 1) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

چون $\frac{1}{x} \cdot (2x - 1) \rightarrow 0$ و $f'(0) = 0$

در نقطه صفر پیوسته نیست در نتیجه $f'(0)$

وجود ندارد. (4)

۲. در هر هم‌ضینی نقطه $x = 0$ ، $\frac{1}{x}$ است

تغایر مثبت و منفی آنگاه می‌کند و x^2 همواره

مثبت است ، پس صفر نمی‌تواند نقطه

ماکزیمم محلی یا مینیمم محلی باشد. (4)

با رتبه به فرمول $f'(x)$ نیز ادرس

است که در هم‌ضینی نقطه 0 ، تقریباً تابع

در هم‌ضیک از در طرف نقطه صفر ثابت

نیست (f' در هیچ طرف نه صعودی

می‌تواند باشد و نه نزولی) ، بنابراین

$x = 0$ نقطه عطف نیست. (3)

مسئله ۲: در زمان پُر شدن ظرف داریم:

$$\frac{dV}{dt} = 6 - 2 = 4 \quad \text{lit/sec.} \quad 15^{\text{نمره}}$$

در زمان خالی شدن ظرف داریم:

$$\frac{dV}{dt} = -2 \quad \text{lit/sec.} \quad (3)$$