

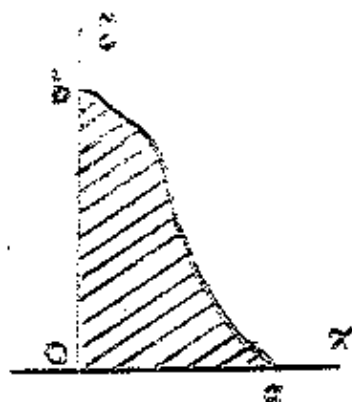
(5)

الف) نشان دهید مشتق تابع $\sinh^{-1}(x)$ در نقطه x برابر با $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ است.

ب) بسط مکلاورن تابع $\sinh^{-1}(x)$ را تعیین کنید.

ج) نشان دهید در تقریب $\sinh^{-1}(\frac{1}{10}) \approx \frac{1}{10} - \frac{1}{3000}$ ، خطا کمتر از 10^{-6} است.

(6)



تابع $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ مشتق پذیری است که در شکل مقابل نشان داده شده است. فرض کنید برای هر x در قلمرو f ، داریم $f'(x) < 0$. ناحیه محصور بین نمودار این تابع و محورهای مختصات را حول محور y ها یک دور کامل دوران می دهیم. با استفاده از روشهای پوسته استوانه‌ای و دیسک، دو فرمول برای حجم جسم پدید آمده بنویسید و به کمک روشهای انتگرالگیری ثابت کنید دو مقدار به دست آمده با هم برابرند.

(7)

الف) بازه (فاصله) همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$ را معین کنید.

ب) مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^n}$ را محاسبه کنید.

بسم سران ۳ ده نمره و نقیصه سوازی بهر نمره ۵ نمره است.