

مدت امتحان: ۳ ساعت

پنجشنبه ۸۳/۹/۲۶

امتحان میان ترم دوم ریاضی عمومی ۱

۲۲-۰۱۵

نیمسال اول ۸۳-۸۴

سؤال ۱. مقدار حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\frac{1}{(2n+3)^2 - 1^2} + \frac{1}{(2n+6)^2 - 2^2} + \dots + \frac{1}{(2n+3n)^2 - n^2} \right)$$

سؤال ۲. انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\int \frac{x^7 + x^6 + 3x^5 + 2x^4 + x^3 + x - 1}{x^6 + 2x^4 + x^2} dx$$

سؤال ۳. سطح زیر منحنی تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{1 + e^{x^2}}$ ، محصور به محور x و محدود به دو خط $x = \sqrt{\ln 8}$ و $x = \sqrt{\ln 3}$ را حول محور y دوران می دهیم. حجم حاصل از دوران را محاسبه کنید.

سؤال ۴. همگرایی یا واگرایی انتگرال زیر را بررسی کنید.

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 5x}$$

سؤال ۵. فرض کنید $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و برای هر $x \in [0, 1]$ تعریف کنید $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

ثابت کنید نقطه c ، $0 \leq c \leq 1$ ، موجود است که $F(1) - F(c) = \int_0^1 x f(x) dx$.

سؤال ۶. الف) فرض کنید $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد و برای هر x ، $f(x) \geq 0$. اگر $\int_0^1 f(x) dx = 0$ ،

ثابت کنید برای هر x ، $f(x) = 0$.

ب) فرض کنید k عددی ثابت باشد. نشان دهید تابع پیوسته $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ با ویژگی های زیر وجود ندارد:

$$۱) \forall x \in [0, 1]: f(x) \geq 0, \quad ۲) \int_0^1 f(x) dx = 1, \quad ۳) \int_0^1 x f(x) dx = k, \quad ۴) \int_0^1 x^2 f(x) dx = k^2.$$

سؤال ۴: ۳ نمره،

سؤال ۳: ۳ نمره،

سؤال ۲: ۴ نمره،

توزیع نمره: سؤال ۱: ۳ نمره،

سؤال ۶: الف) ۱/۵ نمره، ب) ۲/۵ نمره.

سؤال ۵: ۳ نمره،

مجموع: ۲۰ نمره.