تمرین ریاضی عمومی ۱

(گروه‌های دکتر شهشهانی)

سری چهارم

- هدف از این دسته تمرین جلب توجه به ایده‌های اثبات قضیهٔ مربوط به مجموع، حاصل‌ضرب و خارج‌قسمت حد دنباله‌هاست.

۱) مقصود از روند کردن عدد $c = c_0/c_1c_2c_3\cdots$ به n رقم پس از اعشار، تقریب c با عدد $c_0/c_1\cdots c_{n-1}c'_n$ است که در آن c'_n برابر c_n گرفته می‌شود اگر $c_{n+1} = 0, 1, 2, 3, 4$ و $c'_n = c_n + 1$ اگر $c_{n+1} = 5, 6, 7, 8, 9$. (درصورتی‌که $c_n = 9$ در این حالت قرار می‌دهیم $c'_n = 0$ و ده‌بریک ادامه می‌دهیم.) نشان دهید اگر دو عدد a و b تا n رقم پس‌از اعشار به اعداد a' و b' رُند شوند، اختلاف مجموع $a' + b'$ با $a + b$ حداکثر 10^{-n} است.

۲) دو عدد $a = 35/r_1r_2\cdots$ و $b = 12/s_1s_2\cdots$ داده شده‌اند. n را چه‌قدر اختیار کنیم که اختلاف حاصل‌ضرب $a' = 35/r_1\cdots r_n$ با $b' = 12/s_1\cdots s_n$ نسبت به ab از 10^{-6} کوچکتر باشد؟

۳) عدد $a = 417/123456789\cdots$ را تا چند رقم پس‌از ممیز مختومه کنیم که اختلاف معکوس عدد حاصل با a^{-1} از 10^{-3} بیشتر نباشد؟

۴) اعداد $a = 827/r_1r_2r_3\cdots$ و $b = 36/s_1s_2s_3\cdots$ داده شده‌اند. کسرهای مختومه $827/r_1\cdots r_n$ و $36/s_1\cdots s_n$ را به‌ترتیب به a_n و b_n نمایش می‌دهیم. n باید حداقل چقدر باشد که اختلاف $\frac{a_n}{b_n}$ با $\frac{a}{b}$ از 10^{-2} تجاوز نکند؟

- تمرینهای زیر از کتاب $Edwards, Penney$ انتخاب شده‌اند.

صفحه ۱۱۲: ۳۰ الی ۳۵، ۴۰، ۴۲، ۴۷، ۴۹، ۵۴ و ۶۰.

صفحه ۱۲۳: ۴۹، ۵۰، ۵۳، ۶۶، ۷۴ و ۷۸.

صفحه ۱۳۲: ۲۲، ۲۵، ۲۶، ۴۰، ۴۴، ۴۸، ۵۲، ۵۴، ۶۳ و ۶۴.

صفحه ۱۳۹: ٦۷ الی ۷۱.

صفحه ۱۴۹: ٦، ۸، ۱۰، ۳۹، ۴۰، ۴۲، ۴۴، ۴۷ الی ۵۲.

صفحه ۱٦۰: ۴، ۵، ۸، ۱۴، ۱۵، ۱٦، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۳۳، ۴۴، ۴٦، ۴۸، ۵۵، ٦۱ و ٦۲.

صفحه ۱۷۲: ٦۸، ٦۹، ۷۳، ۷۴، ۷٦، ۷۸، ۸۱ الی ۸۴، ۸۷ و ۸۸.

صفحه ۱۸۵: ۲، ۱۰، ۱٦، ۲۱، ۲۷، ۳۷، ۴۱ و ۴۴.

صفحه ۱۸۹: ۹۰، ۹۲، ۹٦، ۹۸ و ۱۱۵.