تمرین ریاضی عمومی ۱

(گروه‌های دکتر شهشهانی)

سری سوم

فرض کنید $f:[0,1]\longrightarrow R$ پیوسته است و $f(0)=f(1)$.

الف) ثابت کنید به ازای هر عدد صحیح و مثبت n دو نقطه x_1 و x_2 به فاصله $\frac{1}{n}$ در $[0,1]$ وجود دارند که $f(x_1)=f(x_2)$.

ب) فرض کنید عدد λ به شکل $\frac{1}{n}$ نباشد، نشان دهید تابع پیوسته $f:[0,1]\longrightarrow R$ وجود دارد بطوریکه $f(0)=f(1)$ و به ازای هیچ دو نقطه x_1 و x_2 به فاصله λ رابطهٔ $f(x_1)=f(x_2)$ برقرار نیست.