تمرین ریاضی عمومی ۱

گروه‌های (۲۰–۹)

سری سیزده

۱) برای تابع‌های زیر با دوره‌های تناوب داده‌شده سری فوریه منسوب را پیدا کنید و در نقاطی که سری فوریه به خود تابع میل نمی‌کند، حد سری فوریه را پیدا کنید.

الف) $f(x) = x$ روی $]-۱, ۱[$ با دورهٔ تناوب ۲.

ب) $f(x) = x^۲$ روی $[-۱, ۱]$ با دورهٔ تناوب ۲.

ج) $f(x) = |x|$ با دورهٔ تناوب ۲π.

د) $f(x) = \begin{cases} \sin x & -\pi \le x \le \pi \\ ۰ & \pi \le x \le ۳\pi \end{cases}$ با دورهٔ تناوب ۴π.

۲) مجموعهای سری‌های زیر را محاسبه کنید:

$$\sum_{n=۱}^{\infty} \frac{۱}{n^۲} \quad , \quad \sum_{n=۱}^{\infty} \frac{(-۱)^{n-۱}}{n^۲} \quad , \quad \sum_{n=۰}^{\infty} \frac{۱}{(۲n+۱)^۲}$$

(راهنمایی: از سری‌های مناسب در سؤال ۱ استفاده کنید.)

۳) سری فوریه کسینوسی تابع $\sin x$ را روی بازهٔ $[۰, \pi]$ محاسبه کنید.

۴) سری فوریه سینوسی تابع $\cos x$ را روی بازهٔ $[۰, \pi]$ محاسبه کنید.