

توجه. تمرین‌های زیر همه در مورد دستگاه  $m$  معادله  $n$  مجهولی خطی زیر هستند:

$$(*) \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

(۱) اگر به‌ازای یک  $b = (b_1, \dots, b_m)$  جواب منحصر به فرد باشد، آنگاه به‌ازای هر  $b$  که جواب وجود داشته باشد، جواب منحصر به فرد است.

(۲) اگر به‌ازای یک  $b$ ، دستگاه بیش از یک جواب داشته باشد، آنگاه به‌ازای هر  $b$  که دستگاه جواب داشته باشد، بیش از یک جواب دارد.

(۳) آیا حکم زیر درست است؟ اگر درست است آن را ثابت و اگر نادرست، مثال ناقضی ارائه کنید:

“اگر تعداد مجهول‌ها،  $n$ ، بیش از تعداد معادلات،  $m$ ، باشد، به‌ازای هر  $b$  دستگاه جواب دارد.”

(۴) آیا حکم زیر درست است؟ اگر درست است آن را ثابت کنید و اگر نادرست، مثال ناقضی ارائه کنید:

“اگر تعداد مجهول‌ها،  $n$ ، بیش از تعداد معادلات باشد، به‌ازای هر  $b$  که دستگاه جواب داشته باشد در واقع بی‌نهایت جواب دارد.”

(۵) اگر دستگاه به‌ازای بیش از یک  $b$  جواب داشته باشد، آنگاه دستگاه به‌ازای بی‌نهایت  $b$  متمایز جواب دارد.