

تمرین درس ریاضی عمومی I نیمسال اول ۸۱-۸۰ گروه‌های (۱-۸) مدرس: دکتر شهشهانی

(۱) نشان دهید برای هر  $u, v$  در  $\mathbb{R}^n$ :

$$|u+v|^2 + |u-v|^2 = 2(|u|^2 + |v|^2) \quad (\text{اتحاد متوازی الاضلاع})$$

(۲) نشان دهید برای هر  $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ :

$$|u+v+w|^2 + |u|^2 + |v|^2 + |w|^2 = |u+v|^2 + |v+w|^2 + |w+u|^2$$

(۳) \* نشان دهید برای هر  $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ :

$$|u+v| + |v+w| + |w+u| \leq |u+v+w| + |u| + |v| + |w|$$

(۴) فرض کنید  $p$  و  $l$  به ترتیب یک نقطه و یک خط در  $\mathbb{R}^n$  باشند. نشان دهید حداقل فاصله  $p$  از نقاط  $l$  برابر فاصله  $p$  از نقطه تقاطع  $l$  با بر صفحه گذرا از  $p$  عمود بر  $l$  است.

(۵) معادله صفحه‌ای در  $\mathbb{R}^4$  را به دست آورید که بر محور  $x_1$  و بر خط  $\frac{x_1+1}{1} = \frac{x_2-1}{1} = \frac{x_3}{1} = \frac{x_4}{1}$  عمود باشد. نشان دهید چگونه می‌توان به کمک آن کوتاهترین فاصله بین نقاط دو خط را به دست آورد.