

(۱) کوتاهترین فاصله نقطه (x, y, z) با صفحه xy و با محور x ها چقدر است؟

(۲) زاویه \hat{A} در مثلثی با رئوس زیر چند است؟

$$A : (2, -1, -1) \quad , \quad B : (0, 1, -2) \quad , \quad C : (1, -3, 1)$$

(۳) فاصله نقطه $(1, 1, \dots, 1)$ با نزدیکترین نقطه روی محور x_1 چقدر است؟

(۴) مکان هندسی نقاطی را که در معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ صدق می‌کنند، تعیین کنید.

(۵) مکان هندسی نقاطی را که در نامعادله $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ صدق می‌کنند، تعیین کنید.

(۶) مکان هندسی نقاطی را که در معادلات زیر صدق می‌کنند، تعیین کنید.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

(۷) مکان هندسی نقاطی را که در نامعادلات زیر صدق می‌کنند، تعیین کنید.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \\ \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \end{cases}$$

(۸) مجموعه $|x| + |y| \leq 1$ در صفحه مجموعه‌ای باز است یا بسته؟

(۹) مجموعه $(x - z)^2 + (y - z)^2 = 0$ باز است یا بسته؟

(۱۰) مجموعه $x^2 + y^2 < 1$ و $y + z > 2$ مجموعه‌ای باز است یا بسته؟

(۱۱) زاویه پیوند در ملکول متان (CH_4) چقدر است؟ (در یک ملکول متان، اتم‌های هیدروژن روی رئوس یک چهاروجهی منتظم و اتم کربن در مرکز ثقل چهاروجهی واقع است).

(۱۲) ثابت کنید برای هر $u, v \in \mathbb{R}^n$ داریم:

$$|u+v|^2 + |u-v|^2 = 2|u|^2 + 2|v|^2 \quad (\text{قاعده متوازی الاضلاع})$$

(۱۳) ثابت کنید برای هر $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ داریم:

$$|u+v|^2 + |v+w|^2 + |w+u|^2 = |u|^2 + |v|^2 + |w|^2 + |u+v+w|^2$$

(۱۴) ثابت کنید برای هر $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ داریم:

$$|u+v| + |v+w| + |w+u| \leq |u| + |v| + |w| + |u+v+w|$$